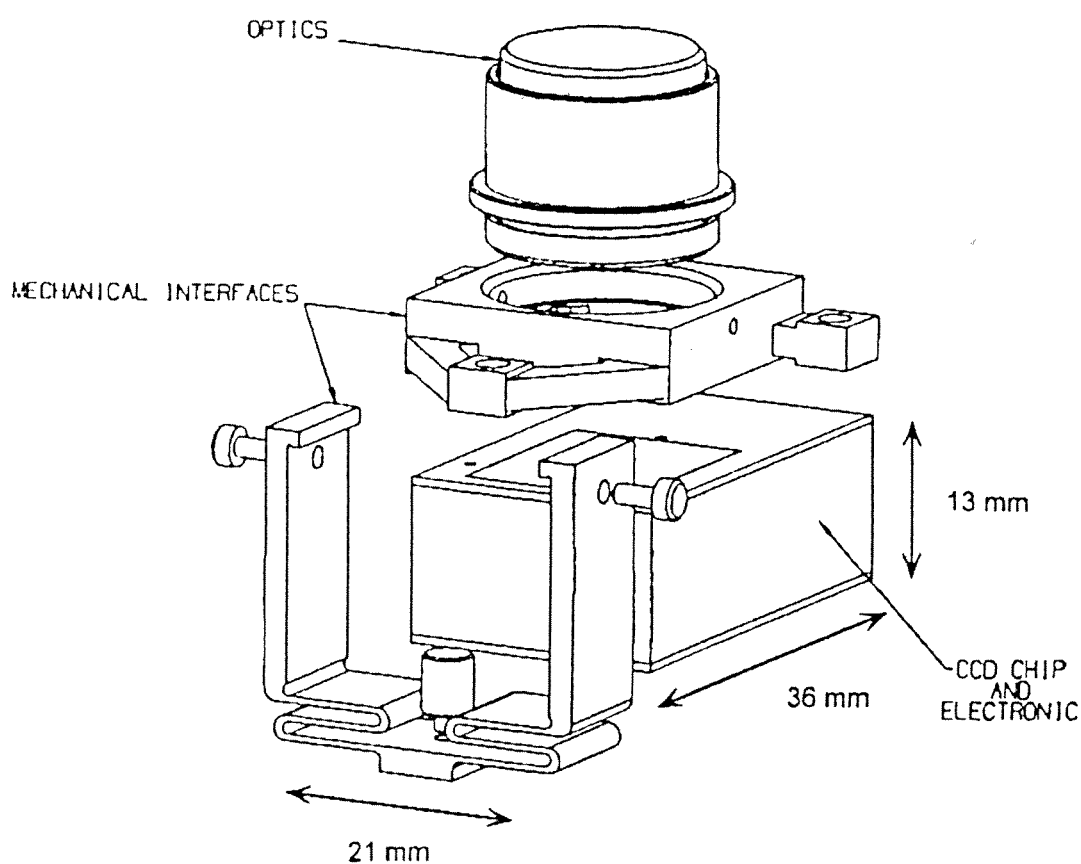


Société des Enseignants Neuchâtelois de Sciences



bulletin n° 19, août 1998

Une conférence, un livre, une réaction d'élève sont susceptibles d'intéresser d'autres collègues. Pourquoi de pas faire figurer cette information dans le bulletin (livraison sur disquette appréciée) ?

Edition: Société des enseignants neuchâtelois de sciences (SENS).

Comité de la SENS: Véronique Antille (présidente), Pierre-André Bolle (caissier), Michel Favre (vice-président), Pierre Favre, François Jaquet, Françoise Jeandroz, Eric Jeannet, Jean-Luc Josset, Jacques Méry, Luc-Olivier Pochon, Claude Wannemacher.

Equipe de rédaction du Bulletin: Jacques-André Calame, Michel Favre, François Jaquet, Françoise Jeandroz, Jacques Méry, Luc-Olivier Pochon (resp.).

Couverture: Micro-imager (tiré de l'article de J.-L. Josset & al.)

Délai pour transmettre vos contributions au prochain numéro: décembre 1998

Bulletin : Société des enseignants neuchâtelois de sciences ; ISSN : 1422-3503

mathématique

A vieux théorème démonstration nouvelle

André Calame

Il arrive parfois qu'un mathématicien publie une démonstration inédite d'un théorème bien connu depuis plusieurs siècles. Ceci est particulièrement intéressant quand la nouvelle démonstration repose sur des notions récentes que l'auteur de la démonstration initiale ne pouvait pas utiliser. En voici un exemple:

Tout nombre premier de la forme $p = 4k + 1$ est décomposable en une somme de deux carrés.

Quelques illustrations:

$$5 = 4 \times 1 + 1 = 1^2 + 2^2$$

$$13 = 4 \times 3 + 1 = 2^2 + 3^2$$

$$17 = 4 \times 4 + 1 = 1^2 + 4^2$$

$$73 = 4 \times 18 + 1 = 3^2 + 8^2$$

$$137 = 4 \times 34 + 1 = 4^2 + 11^2$$

Ce théorème, cité par Fermat a été démontré par Euler au milieu du 18ème siècle. Sa démonstration porte sur l'existence d'une décomposition; elle ne donne pas un procédé de calcul qui permettrait de construire effectivement la décomposition.

Les démonstrations classiques de ce théorème se réfèrent à d'autres résultats de la théorie des nombres : petit théorème de Fermat théorème de Wilson, restes quadratiques, etc. La plupart des démonstrations sont indirectes ou par l'absurde : supposer que p n'est pas la somme de deux carrés conduit à une contradiction.

Or, une démonstration nouvelle, dans un contexte tout différent, a paru en 1990 sous la plume de D. Zagier. Cette démonstration est directe et elle repose essentiellement sur la notion d'involution; de plus, elle ne fait appel à aucun résultat antérieur.

Rappelons qu'une involution définie sur un ensemble E est une bijection F autre que l'identité, qui coïncide avec la bijection réciproque.

On a $F(x) = F^{-1}(x)$ ou $F[F(x)] = x$ pour tout élément x de E .

(En géométrie, toutes les symétries du plan et de l'espace sont des involutions.)

Etant donné une involution F définie sur E ,

- il se peut qu'un élément coïncide avec son image: $F(a) = a$

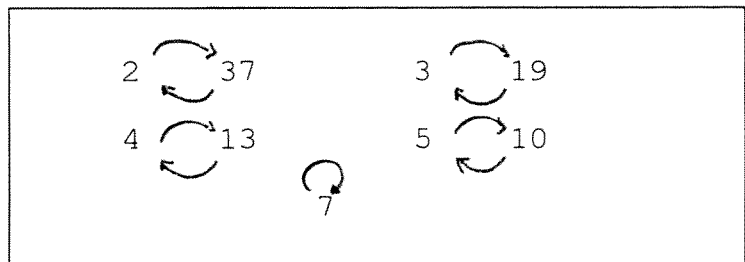
On dit alors que a est un élément fixe ou invariant. Ce n'est certainement pas le cas de tous les éléments de E , sinon F serait l'identité, ce qui est exclu par définition.

- Si $F(a) = a'$ et $a' \neq a$, alors on a $F(a') = F[F(a)] = a$

Les éléments de E qui ne sont pas fixes se correspondent par paires.

Exemple : $E = \{2, 3, 4, 5, 7, 10, 13, 19, 37\}$, ensemble des diviseurs de 36, augmentés de 1

$$F : x \longrightarrow \frac{x+35}{x-1}$$



En généralisant cet exemple, on a les deux propriétés suivantes :

PROPRIETE A : Si une involution définie sur un ensemble fini a un seul élément fixe, le nombre des éléments de E est impair.

PROPRIETE B : Si le nombre des éléments de E est impair, toute involution définie sur E admet au moins un élément fixe.

Avant d'aborder la démonstration de Zagier, commençons par une remarque. Comme $p = 4k + 1$ est un nombre impair, sa décomposition en somme de deux carrés comprend un carré impair, disons x^2 , et un carré pair, disons $4y^2$; d'où la relation :

$$x^2 + 4y^2 = p$$

Zagier généralise cette équation en x et y et envisage toutes les solutions de l'équation

(1) $x^2 + 4yz = p$ où $p = 4k + 1$

dans l'ensemble des nombres naturels. Chaque solution est un triplet (x,y,z) et nous noterons $E(p)$ l'ensemble des triplets solutions.

A titre d'exemple, voici les 11 solutions de l'équation (1) pour $p = 41 = 4 \times 10 + 1$, $k=10$:

x	y	z
1	1	10
1	2	5
1	5	2
1	10	1
3	1	8
3	2	4
3	4	2
3	8	1
5	1	4
5	2	2
5	4	1

L'avant-dernière ligne fournit la décomposition de $p = 41$ en somme de deux carrés:

$$41 = 5^2 + 4 \times 2 \times 2 = 5^2 + 4^2$$

Le plan de la démonstration de Zagier a l'avantage de s'exprimer très aisément à l'aide des deux propriétés des involutions rappelées plus haut.

1. Le nombre des solutions de l'équation (1) dans $E(p)$ est toujours un nombre impair. On le prouve en construisant sur $E(p)$ une involution F avec un seul triplet fixe (propriété A).
2. Comme $E(p)$ a un nombre impair d'éléments, toute involution définie sur $E(p)$ admet au moins un triplet fixe (propriété B).
3. En particulier, l'involution Φ qui conserve x et qui échange y et z admet au moins un triplet fixe (x_1, y_1, z_1) : $\Phi(x_1, y_1, z_1) = (x_1, z_1, y_1) = (x_1, y_1, z_1)$ d'où $y_1 = z_1$ et $p = x_1^2 + 4y_1z_1 = x_1^2 + 4y_1^2$
 Cette dernière égalité est la décomposition cherchée.

On le voit, s'il y a une difficulté dans cette démonstration, elle réside uniquement dans la construction de l'involution F du point 1. Nous allons en donner une reconstitution en plusieurs étapes. Même si cela nécessite quelques calculs, elle reste élémentaire dans son esprit.

Première étape

Quel que soit $p = 4k + 1$ premier, le triplet $(1,1,k)$ est solution de l'équation (1):

$$x^2 + 4yz = p \quad \text{car}$$

$$1^2 + 4 \times 1 \times k = 4k + 1 = p$$

Déterminons une application linéaire F_1 sur E de la forme

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

qui conserve le triplet $(1,1,k)$, quel que soit k .

On doit avoir:

$$a + b + kc = 1$$

$$d + e + kf = 1$$

$$g + h + ki = k$$

d'où:

$$b = 1 - a \qquad c = 0$$

$$e = 1 - d \qquad f = 0$$

$$h = -g \qquad i = 1$$

si on veut des valeurs indépendantes de k . La matrice F_1 devient:

$$\begin{pmatrix} a & 1-a & 0 \\ d & 1-d & 0 \\ g & -g & 1 \end{pmatrix}$$

et on a:

$$x' = ax + (1-a)y$$

$$y' = dx + (1-d)y$$

$$z' = gx - gy + z$$

Deuxième étape

le triplet (x',y',z') doit satisfaire comme le triplet (x,y,z) a la relation (1):

$$x'^2 + 4y'z' = x^2 + 4yz$$

$$[ax + (1-a)y]^2 + 4 [dx + (1-d)y] [gx - gy + z] = x^2 + 4yz$$

Les termes en yz doivent être égaux; d'où: $d = 0$

les termes en x^2 doivent s'annuler; d'où: $a^2=1$

De même, les termes en xy s'annulent; d'où:

$$2a(1-a) + 4g = 0 \text{ et } g = \frac{-a(1-a)}{2}$$

Si $a = 1$, on a $g = 0$ et la matrice est la matrice unité, ce qui est exclu.

Reste le cas $a = -1$ qui implique $g = 1$. La matrice cherchée est alors

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

et on vérifie qu'elle est involutive. On a donc:

$$F_1 : \begin{cases} x' = -x + 2y \\ y' = y \\ z' = x - y + z \end{cases}$$

Notre recherche est-elle terminée ? F_1 est bien une involution qui conserve le triplet $(1, 1, k)$ qui est le seul triplet fixe, car:

$$x' = x \text{ implique } x = y ;$$

$$\text{la relation } x^2 + 4yz = p \text{ devient } x^2 + 4xz = p$$

$$\text{donc : } x(x + 4z) = p$$

$$\text{et comme } p \text{ est premier, on a nécessairement } x = y = 1,$$

$$\text{puis } 1.(1 + 4z) = p = 1 + 4k \text{ et donc } z = k$$

Dans l'exemple de $p = 41$, on voit que F_1 échange $(1, 2, 5)$ et $(3, 2, 4)$ d'une part, $(3, 4, 2)$ et $(5, 4, 1)$ d'autre part. Mais, l'image de $(1, 10, 1)$ serait $(19, 10, -8)$ qui n'est pas un triplet de $E(41)$. De manière générale, F_1 n'est définie que sur les triplets de $E(p)$ tels que

$$x' = -x + 2y > 0 \quad \text{c'est-à-dire } x < 2y$$

$$\text{et } z' = x - y + z > 0 \quad \text{ou } x > y - z$$

Autrement dit, il faut que x satisfasse à la double inégalité

$$(2) \quad y - z < x < 2y$$

Dès que $p > 5$, les triplets de $E(p)$ se répartissent en trois catégories:

- a) les triplets qui satisfont les inégalités (2) et pour lesquels l'involution F_1 s'applique;
- b) les triplets (x,y,z) tels que $x > y-z$ dont $(1,k,1)$ est un exemple;
- c) les triplets (x,y,z) tels que $x > 2y$ dont $(3,1,k-2)$ est un exemple.

Troisième étape

Nous devons donc compléter F_1 par une autre application linéaire. Par analogie avec ce qui précède, on construit F_2 qui transforme le triplet $(1,k,1)$ de catégorie b) en $(3,1,k-2)$ de catégorie c). On trouve:

$$F_2 : \begin{cases} x' = x + 2z \\ y' = z \\ z' = -x + y - z \end{cases}$$

En passant, notons que F_2 assure que les catégories b) et c) ont toujours le même nombre de triplets. F_2 n'est pas une involution, mais on y remédie au moyen de F_3 , application linéaire réciproque de F_2

$$F_3 : \begin{cases} x' = x - 2y \\ y' = x - y + z \\ z' = y \end{cases}$$

Nous disposons enfin de l'involution cherchée F , définie en trois "morceaux" suivant les catégories a), b), c).

$$F : (x,y,z) \longrightarrow \begin{cases} (-x+2y, y, x-y+z) & \text{si } y-z < x < 2y \\ (x+2z, z, -x+y-z) & \text{si } x < y-z \\ (x-2y, x-y+z, y) & \text{si } x > 2y \end{cases}$$

C'est sous cette forme condensée que D. Zagier a exprimé l'involution, sans donner de détails sur sa construction.

Pour terminer, nous illustrons F dans le cas $p = 41$, $k = 10$

	x	y	z	y-z	2y	Catégorie de (x,y,z)	x'	y'	z'
1)	1	1	10	-9	2	a	1	1	10
2)	1	2	5	-3	4	a	3	2	4
3)	1	5	2	3	10	b	5	2	2
4)	1	10	1	9	20	b	3	1	8
5)	3	1	8	-7	2	c	1	10	1
6)	3	2	4	-2	4	a	1	2	5
7)	3	4	2	2	8	a	5	4	1
8)	3	8	1	7	16	b	5	1	4
9)	5	1	4	-3	2	c	3	8	1
10)	5	2	2	0	4	c	1	5	2
11)	5	4	1	3	8	a	3	4	2

Référence: D. ZAGIER - A One-Sentence Proof That Every Prime $p \equiv 1 \pmod{4}$ Is a Sum of Two Squares - Amer.Math. Monthly, Vol.97, no.2 (February 1990), p.144.

Adresse de l'auteur: André Calame, Chemin de Fresens 15, CH-2026 Sauges



math numérique

Problème de convergence

La suite donnée par la relation $u_{n+1} = (10/3) u_n - u_{n-1}$ et $u_0 = 1$ est relativement banale. Mais, comme le note R. Cuppens (Les moyens de calcul modernes vont-ils révolutionner l'enseignement des mathématiques. Bulletin de l'APMEP, 394, juin 1994), elle permet d'illustrer un problème important de math numérique, celui de l'étude des limites.

On notera tout d'abord qu'avec $u_1 = 3$ on a $u_n = 3^n$; avec $u_1 = 1/3$ on a $u_n = 3^{-n}$.

Donc avec $u_1 = a/3 + 3b$ on a $u_n = a3^{-n} + b3^n$.

Cette suite converge vers 0 dès que $b = 0$. Elle diverge sinon. L'intérêt du point de vue du calcul numérique est que, avec $u_1 = 1/3$, la suite converge de façon théorique mais diverge en pratique. Sur un ordinateur courant, $u_1 = 0.3333...$. Dans ce cas, a est proche de 1 et b bien que petit est différent de 0.

En voulant vérifier cette divergence sur un ordinateur, une bizarrerie est encore apparue. Selon la manière d'introduire la formule de récurrence, sous la forme $u_{n+1} = (10/3) u_n - u_{n-1}$ ou $u_{n+1} = (10u_n)/3 - u_{n-1}$, dans le premier cas la suite diverge vers $+\infty$, mais dans l'autre cas c'est $-\infty$ qui constitue la limite !

Pour étudier cette suite (de nombres rationnels) de façon numérique, il s'agit donc de la remplacer par deux suites, celle des numérateurs et celle des dénominateurs:

$$u_n = p_n / q_n \text{ avec : } p_{n+1} = 10 p_n q_{n-1} - 3 p_{n-1} q_n \text{ et } q_{n+1} = 3 q_n q_{n-1}$$

problèmes

16th Annual American Invitational Mathematics Examination

Cette épreuve correspond à une sorte d'olympiade mathématique aux Etats-Unis (voir le site www.unl.edu/amc).

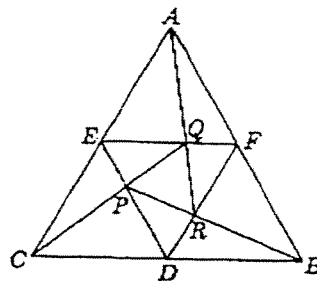
Temps à disposition: 3h; sont autorisés : papier millimétrique, règle, compas; toutes les réponses sont des nombres entiers compris entre 0 (inclus) et 999 (inclus).

16th Annual American Invitational Mathematics Examination 1998 (AIME).

1. Pour combien de valeurs de k , 12^{12} est-il le plus petit commun multiple des entiers positifs 6^6 , 8^8 et k ?
2. Trouver le nombre de paires ordonnées (x, y) d'entiers positifs satisfaisant $x \leq 2y \leq 60$ et $y \leq 2x \leq 60$.
3. Le graphe de $y^2 + 2xy + 4|x| = 400$ partage le plan en plusieurs régions. Quelle est l'aire de la région bornée ?
4. Neuf cartes sont numérotées 1, 2, 3, ..., 9 respectivement. Chacun des trois joueurs choisit au hasard trois cartes qu'il garde en main et il additionne leurs trois numéros. La probabilité que les trois joueurs obtiennent une somme impaire est $\frac{m}{n}$, où m et n sont des entiers positifs premiers entre eux. Trouver $m + n$.
5. On définit $A_k = \frac{k(k-1)}{2} \cos \frac{k(k-1)\pi}{2}$. Trouver $|A_{19} + A_{20} + \dots + A_{98}|$.
6. $ABCD$ est un parallélogramme. On prolonge \overline{DA} au delà de A jusqu'à un point P , \overline{PC} rencontre \overline{AB} en Q et \overline{DB} en R . Si $PQ = 735$ et $QR = 112$, trouver RC .
7. Soit n le nombre de quadruples ordonnés (x_1, x_2, x_3, x_4) d'entiers positifs impairs satisfaisant $\sum_{i=1}^4 x_i = 98$. Trouver $\frac{n}{100}$.
8. Sauf pour les deux premiers termes, chaque terme de la suite $1000, x, 1000 - x, \dots$ est obtenu en soustrayant le terme précédent de celui d'avant. Le dernier terme de la suite est le premier terme négatif rencontré. Quel est l'entier positif x qui produit la suite de longueur maximale ?
9. Deux mathématiciens font une pause café chaque matin. Ils arrivent à la cafétéria de façon indépendante, au hasard entre 9h00 et 10h00 et y restent exactement m minutes. La probabilité que l'un arrive alors que l'autre est dans la cafétéria est de 40% et $m = a - b\sqrt{c}$ où a, b et c sont des entiers positifs et c n'est pas divisible par le carré d'un nombre premier. Trouver $a + b + c$.
10. Huit sphères de rayon 100 sont placées sur une surface plane de telle sorte que chaque sphère est tangente à deux autres et que leurs centres se placent aux sommets d'un octogone régulier. Une neuvième sphère est placée sur la surface plane de telle sorte qu'elle soit tangente à chacune des huit autres sphères. Le rayon de cette dernière sphère est $a + b\sqrt{c}$ où a, b et c sont des entiers positifs et c n'est pas divisible par le carré d'un nombre premier. Trouver $a + b + c$.

16th Annual American Invitational Mathematics Examination 1998 (AIME).

11. Trois des arêtes d'un cube sont appelées \overline{AB} , \overline{BC} et \overline{CD} , \overline{AD} est une diagonale intérieure. Les points P , Q et R se trouvent sur \overline{AB} , \overline{BC} et \overline{CD} respectivement, de telle sorte que $AP = 5$, $PB = 15$, $BQ = 15$ et $CR = 10$. Quelle est l'aire du polygone défini par l'intersection du plan PQR et du cube ?
12. On considère le triangle équilatéral ABC . D , E et F sont respectivement les milieux des côtés \overline{BC} , \overline{CA} et \overline{AB} . Il existe des points P , Q et R respectivement sur \overline{DE} , \overline{EF} et \overline{FD} tels que P est sur \overline{CQ} , Q est sur \overline{AR} et R est sur \overline{BP} . Le rapport des aires des triangles ABC et PQR est $a + b\sqrt{c}$ où a , b et c sont des entiers et c n'est pas divisible par le carré d'un nombre premier. Que vaut $a^2 + b^2 + c^2$?



13. Si $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ est un ensemble de nombres réels indexés de telle sorte que $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$, sa « somme de puissances complexes » est définie par $a_1i + a_2i^2 + a_3i^3 + \dots + a_ni^n$, où $i^2 = -1$. On définit S_n la somme des « sommes de puissances complexes » de tous les sous-ensembles non vides de $\{1, 2, \dots, n\}$. Etant donné que $S_6 = -176 - 64i$ et $S_9 = p + qi$ où p et q sont des entiers, trouver $|p| + |q|$.
14. Le volume d'une boîte rectangulaire $m \times n \times p$ vaut la moitié de celui d'une boîte rectangulaire $(m+2) \times (n+2) \times (p+2)$ où m , n et p sont des entiers tels que $m \leq n \leq p$. Quelle est la plus grande valeur possible de p ?
15. Un domino est par définition une paire ordonnée de nombres entiers positifs distincts. Une suite propre de dominos est une liste de dominos distincts dans laquelle la première coordonnée de chaque paire après la première paire est égale à la seconde coordonnée de la paire la précédente et dans laquelle (i, j) et (j, i) ne peuvent apparaître ensemble pour tout i et j . Soit D_{40} l'ensemble de tous les dominos dont les coordonnées ne dépassent pas 40. Trouver la longueur de la plus grande suite propre de dominos qui peut être construite en utilisant les dominos de D_{40} .

technologie

Digital 1 k x 1 k Micro-Imager for Planetary Surface Exploration

J.L. Josset, F. Roussel (CSEM); P. Plancke (ESA); G. Boucharlat (Thomson-CSF); C. Val (3D-Plus)

During the "Mars Exploration Study Team" (MEST) and the assessment of future Martian missions (Marsnet and InterMarsnet), it was identified that the availability of miniature ruggedised cameras, able to operate in an extended temperature range, was highly desirable. This interest was confirmed recently in the Mars Express assessment as well as for other planetary missions such as the Rosetta Surface Science Package, EuroMoon and Smart-1. The 3D packaging technology (also called MCM-V) developed by Thomson-DOI in the early 90's appeared to be the European technology capable to reach the objective of developing a micro-camera of few tens of gram within a reasonable cost envelope.

To show the feasibility of such a miniaturized solution, CSEM (Switzerland) has developed, in collaboration with Thomson-CSF (France) and 3D-Plus (France), a prototype of a digital micro-imager based on a microsystem approach. This project, initiated in the frame of the Technological Research Programme of ESA, aims for planetary missions such as Mars, Moon or comet surface exploration. This development is based on the possibility of using electronic components and assemblies at temperatures out of - and in particular below - standard commercial, industrial and military ranges.

The possibilities offered by the most recent microsystem technologies significantly improve resolution, mass and power consumption of imaging systems and are therefore of great interest for space science missions. For instance, receiving high-resolution images of the Mars surface could allow the detection and exploration of sedimentary layers where microfossils may be found.

The micro-imager is composed of three parts, the optics, the opto-mechanical interface, and the electronics. The electronics is packaged in a 3D-stack multi-chip module manufactured by 3D-Plus, and the sensor used is a 1024x1024 pixels CCD chip supplied by Thomson-CSF. High integration is obtained by including the sensor in the 3D packaging, and the

mechanical support for the optics was designed in order to minimize mass, taking into account vibration stress during launch and thermal constraints during the missions [+50 to -150 °C]. Lightness (35 g including optics, opto-mechanical interface and electronics) and compactness of the micro-imager, as well as its low-temperature behaviour, makes it a very cost-effective solution for resource-critical missions.

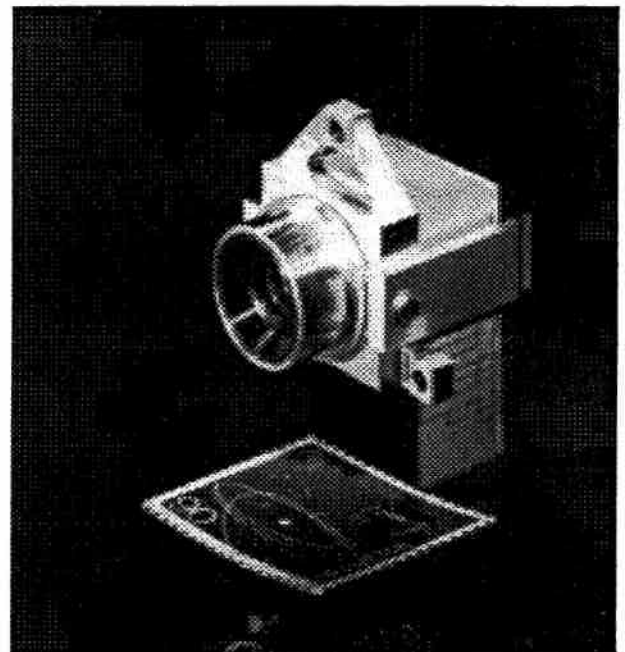


Figure 1 : Picture of the micro-imager prototype

Electronics

Functionalities and objectives

The camera was designed to deliver then 1024x1024 pixels image data at the rate of 10 Mbit/s, coded on 10 bits, driven by an external clock running at 10 MHz.. Integration time and camera control is done through a serial link, minimising the number of wires needed to connect the camera.

The integration time of camera can be programmed from 0 to 655.35 ms in steps of 0.01 ms. Once an image has been taken, it is stored in a memory bank and can then be

downloaded at whichever transfer rate is appropriate. The 10 Mbit/s output uses a simple synchronous "Data/Strobe" protocol whereas the 57600 baud output is a simple asynchronous serial link. Both outputs share the same RS422 lines and are software programmable. For ease of use and testing, the camera is programmed and activated via the same 57600 bauds serial link. This allows the camera to be directly connected to any desktop PC.

Electronics schematics

The electronics of the camera includes a TH 7888 1k x 1k CCD image sensor, the type of which was driving the whole concept of the electronic acquisition chain.

Aiming at reduced weight as well as low power consumption, the electronic schematic is designed with a limited number of components. Thanks to the compactness of the final envisioned structure, connections are designed very short, with low line resistances and inductances, resulting in a low level of interferences, and allowing to limit the number of decoupling capacitors. Electronic active components are selected to be purchased either in micro-case (SMT) or in die form, in order to keep the whole 3-D assembly very thin. A particular attention was paid to the routing process of the various connections and in the placing of each electronic part, in order to get a coupling free analog video signal down to the video board level.

A 16 Mbit DRAM is included to allow for a high bit storage density and, to further reduce the numbers of chips, the DRAM controller has been included in the camera control FPGA.

Camera architecture

The electronic schematic are sliced in 6 Printed Circuit Boards :

- CCD board. Based on TH 7888 frame transfer CCD, with a dedicated packaging suited to be incorporated in the 3-D technology.
- CCD driving interfaces and CCD output buffering board, based on ICL circuits.
- CCD video signal sampling and A/D conversion board. This processing board includes two twin circuits : a Correlated Double Sampler TH 7982, and a A/D converter TS 83510, designed for a direct coupling.

- CCD clocks generator board, based on an Altera FPGA.
- I/O and control board, including a 16Mbit DRAM for image storage, RS-422 drivers for the serial links and an Actel FPGA for camera control and data throughput.
- Electrical connecting board

Electronic schematic validation

In order to validate the electronic design, a mini-camera breadboard was built, on the basis of the selected components, and following the described architecture. The test concluded in the validation of the design approach and simulations, both at room temperature, and down to -100 °C.

CCD Packaging

Functionalities and objectives

This packaging is wanted as the upper layer of the 3-D assembly, in order to keep the whole package as thin as possible. The following functionalities are then required from this package :

- to protect the image sensor, as a window of a standard CCD package;
- to serve as the mechanical and optical reference of the ceramic package, like in a standard CCD package;
- to be compatible with the 3-D technology, i.e. to allow lateral connections through the external conductive layers of the 3-D package, to be merged with the other layers during the 3-D coating process, including thermal, chemical and mechanical compatibilities.

Packaging technique

A specific packaging technique was developed, involving mechanical reference transfer, convenient protecting the CCD, wire bonding, and keeping the optical reference (the centre of the CCD optical sensitive plane) in direct relationship with the external optical transparent face plate.

The electronic components (bare die and packed die) of the micro-imager are vertically interconnected with the MCM-V technique. This 3-D technique was developed at Thomson-CSF from 1988 on, and is now

manufactured by 3D Plus by the same team. 3D Plus has been launched in 1995 and is involved in numerous space missions. The 3D technique is based on chip-on-flex, test and burn-in for each level, stacking, moulding, cutting, plating and laser etching.

In order to have a very good thermo-mechanical behaviour at low temperatures, a double "sandwich" technique has been used :

- The CCD is sandwiched between two sapphire substrates,
- The assembly (CCD + electronics) is itself auto-compensated by a third layer of sapphire at the bottom of the 3D module.

This structure allows to keep the CCD along a neutral plan of the assembly.

For the external connections, pins (Pin Grid Array technique) are used to interconnect several micro-imagers via a flex PCB, the connection PGA / flex being well known and very strong.

Opto-mechanical Design

One of the most critical aspects for the realisation of the micro-imager was the integration of the optics with the CCD sensor and electronics package. The crucial question was : how to position and hold the optics regarding the CCD focal plane. The high positioning specifications, has constrained a new concept to answer the design requirements, such as vibrations (Ariane V launch), wide temperature ranges in particular

at low-temperature (-150°C, +50°C), lowest mass as possible (each gramme is important). Putting together all this tough requirements, a concept and design was realised followed by the manufacturing of the mechanical parts.

The idea consists of using the sapphire plate protection of the CCD as the mechanical reference. Three blind holes are machined in the sapphire plate and three pins are inserted in the frame-holder. This combination allows to define and hold the relative position of the optics with respect to the CCD focal plane. In order to maintain the frame-holder on the top of the electronics cube along the z-optical axis, a belt has been designed. The stress along the z-optical axis is applied by the frame-holder on the surface of the sapphire, so the three pins only receive x and y axis stresses. This belt is in fact a preload spring dimensioned for launch vibrations and thermal contraction-dilatation of the cube. Finite elements calculations have been made and show the good behaviour of the micro-imager during the environmental stresses.

Deep space missions are by nature very constrained in term of available mass and power within harsh environmental conditions. The developed microcamera can then be considered as a 'mission enabling technological element' , that is an element which makes that a mission is simply feasible or at least that its scientific return is greatly improved compared to what could be achieved using standard technology.

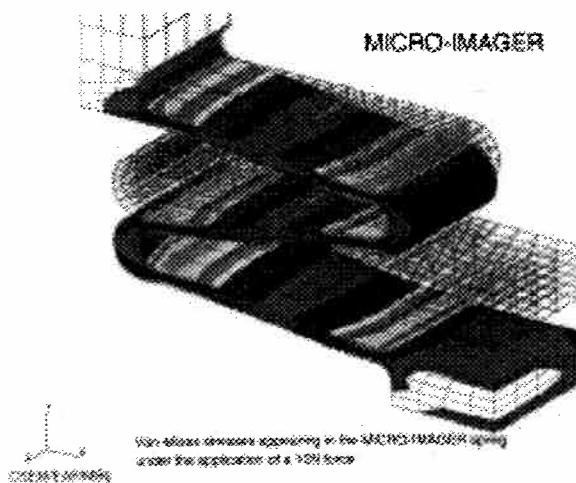


Figure 2 : Stress analysis of preload spring

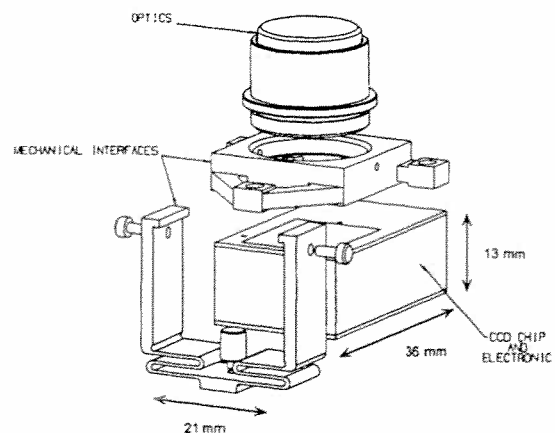


Figure 3 : Exploded view of the micro-imager

Iu pour vous

GAUSS "princeps mathematicorum" de Marc Guinot

Après Pythagore, Euclide et toute la clique, après Fermat et ses "resveries", après "Ce diable d'homme" d'EULER, après Lagrange et Legendre, Marc Guinot poursuit sa démarche à travers les siècles. Ce cinquième volume d'arithmétique pour amateurs s'intéresse à une partie de l'œuvre arithmétique du "prince des mathématiques" que fut Carl Friedrich Gauss aux yeux de ses contemporains. En voici la présentation de l'éditeur :

"La majeure partie de cette œuvre est constituée par des recherches arithmétiques effectuées dans les dernières années du XVIIIème siècle. C'est dans cet ouvrage qu'on trouve pour la première fois le langage des congruences (présenté dans notre livre II), la première démonstration complète de la loi de réciprocité quadratique (Livre IV) et la mise en évidence du fait, ignoré avant Gauss, que le polygone régulier à 17 côtés peut être construit à la règle et au compas. Mais l'essentiel du livre de Gauss est consacré à la théorie des formes quadratiques qui permet à Gauss de démontrer une affirmation célèbre de Fermat selon laquelle tout entier naturel est une somme de trois nombres triangulaires.

Outre ces questions passionnantes, nous étudierons dans ce livre V la théorie des entiers de Gauss (abordée par Gauss en 1831), ce qui nous permettra d'élargir notre propos à l'étude de la divisibilité dans les anneaux et d'appliquer les résultats obtenus aux anneaux d'entiers quadratiques, tout cela bien entendu ad majorem gloriam arithmeticae... "

Au sommaire :

- A Des entiers de GAUSS aux anneaux...pseudo bezoutiens
 - 1 - L'anneau des entiers de Gauss
 - 2 - Divisibilité dans les anneaux intègres
 - 3 - Anneaux factoriels
 - 4 - Anneaux à PGCD
 - 5 - La théorie de BEZOUT
 - 6 - Anneaux d'entiers quadratiques

- B Formes quadratiques à deux ou trois variables
 - 1 - Formes et classes de formes
 - 2 - Réduction des formes et détermination du nombre de classes
 - 3 - Formes et classes ambiguës de discriminant donné
 - 4 - Composition des classes de formes et groupes de classes
 - 5 - Petite théorie des formes quadratiques ternaires
 - 6 - Le théorème de l'existence des genres

- C Des Formes quadratiques au problème de Waring
 - 1 - EYPHKA ! num = + +
 - 2 - Les sommes de trois carrés en général
 - 3 - Le théorème des nombres polygonaux
 - 4 - Le problème de Waring dans le cas des cubes

ALEAS EDITEUR, 1997, 15 Quai Lassagne - F - 69001 Lyon. 365 pages, 170 FF

histoire des mathématiques

Les nombres chinois (1^e partie)

Les débuts de la réflexion mathématique en Chine ancienne

Jean-Paul Reding Neuchâtel et Université de Zürich

INTRODUCTION

Quelques explications, d'abord, sur le titre¹ énigmatique: il ne s'agira pas d'explorer les zones d'ombres qui persistent dans les mathématiques chinoises - il ne s'agit pas davantage du nombre dans le théâtre d'ombres chinois. Les ombres dont nous parlerons sont celles que la culture chinoise ancienne et médiévale ne cesse de projeter sur la nôtre. Les sciences et les techniques chinoises ont, en effet, éclipsé pendant un bon millénaire (du 4^e au 14^e siècle de notre ère) les performances occidentales dans ce domaine.

Si l'on essaie de faire le bilan de ce que l'Occident doit à la civilisation chinoise, on pense d'emblée, bien entendu, aux trois grandes inventions que sont l'imprimerie, la poudre et la boussole². La recherche de ces cinquante dernières années - principalement celle de Joseph Needham et de son équipe à Cambridge - a montré que cette liste est probablement beaucoup plus longue, et comporte plusieurs éléments tout à fait inattendus. Inattendus dans la mesure où beaucoup de découvertes chinoises ont contribué à façonner l'aspect de *notre* réalité sociale, institutionnelle et technique au-delà de tout ce que l'on a pu imaginer jusqu'à maintenant.

Jusqu'au quinzième siècle de notre ère, la supériorité technologique et scientifique de la Chine sur le monde occidental a été évidente, même si nous - et les Chinois aussi - ne le savions pas. Le Moyen Age occidental n'aurait pu qu'admirer le haut niveau de la médecine et de la phytothérapie chinoises, auxquelles nous nous intéressons de plus en plus. Dans le même ordre d'idées, il faut encore mentionner l'alchimie, qui a permis aux Chinois la découverte de la porcelaine. De même, l'agronomie et la pédologie, ou la connaissance des sols, ont été beaucoup mieux développés qu'en Occident. N'oublions pas, bien entendu, la sériciculture, la culture de la soie, importante également par les connaissances qui ont transité par la fameuse route de la soie³.

¹ Conférence prononcée le 30 octobre 1995 dans le cadre du « Mois de la science », organisé par la Société des enseignants neuchâtelois en sciences (SENS) . Cet article a paru dans Math-Ecole.

² Francis Bacon, *Novum Organum*, livre I, aphorisme 129 dit encore que leur origine est obscure, mais que, néanmoins, elles ont changé la face du monde comme aucune autre invention.

³ Cette voie commerciale passa à travers le Turkestan et la Perse, pendant un bon millier d'années (2^e s. avant notre ère au 9^e s. après).

Joseph Needham a aussi montré que la Chine a légué à l'Occident d'autres découvertes capitales: celle de l'échappement en horlogerie⁴, par exemple. Le principe de l'échappement, en effet, était connu en Chine dès le VIII^e siècle de notre ère. C'est vers la fin du XI^e siècle que nous trouvons les premiers mécanismes d'horlogerie à échappement en Chine. Mais les horloges, en Chine, ne jouent un rôle qu'en astronomie. Le principe de l'échappement - dont le prototype chinois a été de type hydraulique - a ensuite été transféré en Occident, et aboutit, après plusieurs siècles de gestation, à la notion d'horloge individuelle, ou de montre. En Europe, il fallait ainsi attendre le XVII^e et le XVIII^e siècle pour rattraper et dépasser les Chinois, et permettre à nos Bovet de Chine d'importer leurs fameuses paires de montres. Et, soit dit en passant, la Chine a également inventé un autre instrument, sans lequel la Suisse ne serait pas tout à fait ce qu'elle est - l'arbalète.

C'est encore de la Chine que vient le harnais efficace - celui qui tire sur l'épaule de l'animal - et qui remplace alors avantageusement le harnais à sangle de l'Occident médiéval. L'étrier est également une découverte chinoise, de même que la courroie de transmission, la manivelle, le bateau à roue à aubes, la brouette et ... les spaghettis.

Ensuite, si nous quittons le domaine artisanal, nous pouvons noter que la bureaucratie est également une invention chinoise. Ses principes sont énoncés dès le quatrième siècle avant notre ère; les critères du recrutement et du contrôle des fonctionnaires sont déjà clairement établis. La notion de portefeuille, de contrôle administratif, de fonction sont acquises. C'est encore à la Chine que nous devons le système des examens, qui servaient précisément à recruter des fonctionnaires et non à traumatiser de jeunes âmes sensibles. Toute personne se destinant à une carrière officielle, en effet, devait passer par les examens impériaux, et les aspirants s'y préparaient pendant plusieurs années.

C'est également en Chine ancienne (4^e siècle avant notre ère) que nous assistons au développement des premières universités - ou Académies. Ces vastes cités du savoir, qui abritaient plusieurs centaines voire milliers d'érudits étaient censées réfléchir aux meilleurs moyens pour gouverner le pays, mais toute participation active à la vie politique leur avait été sagement interdite. Nous y trouvons aussi, pour la première fois dans l'histoire de l'humanité, ce qu'on a pris coutume d'appeler la médecine légale⁵.

Une telle énumération de hauts faits techniques et culturels étonne, et la question qui se pose est évidemment celle-ci: « ... pourquoi la science moderne, comme mathématisation d'hypothèses relatives à la nature, avec toutes ses implications

⁴ Le principe de l'échappement est d'assurer un mouvement uniforme à une roue en découpant en intervalles de durée égale la vitesse d'un train d'engrenages actionné par un poids, un ressort ou toute autre force agissante.

⁵ Les crimes que doit examiner le fameux juge Ti, rendu populaire par la plume d'un diplomate sinisant, Van Gulik, sont souvent commis en tenant compte des possibilités d'examen dont disposait, à l'époque Ming, un bon médecin légiste.

dans le domaine de la technologie avancée, fait-elle une ascension rapide *seulement* en Occident, à l'époque de Galilée? »⁶

A cette question fait pendant une autre question: « pourquoi, entre le II^e siècle avant notre ère et le XVI^e de notre ère, la culture de l'Est asiatique a-t-elle appliqué avec beaucoup *plus* d'efficacité que l'Occident européen la connaissance humaine de la nature à des fins utiles? »⁷

Mais on peut poser également une troisième question, plus profonde et plus embarrassante: « comment cela se fait-il qu'une grande civilisation comme celle de la Chine n'a pas été bouleversée comme celle de l'Occident par la découverte et la possession d'une telle quantité d'instruments de domination et de destruction? ». La réponse à ces questions ne pourra naître que d'une étude minutieuse des conditions sociales, économiques et politiques ayant prévalu à l'Est et à l'Ouest, étude à peine commencée. Toujours est-il que les découvertes scientifiques et techniques chinoises se sont déversées, comme J. Needham se plaît à nous le rappeler, dans le grand océan de la science oecuménique et notre culture scientifique contemporaine aurait certainement pris une toute autre forme si elle n'avait pas reçu l'apport de l'Orient, non seulement chinois, mais également indien et musulman.

Nous commençons à nous apercevoir aujourd'hui, beaucoup mieux qu'auparavant, du cheminement du savoir depuis l'Antiquité. L'opinion traditionnelle, qui veut que notre patrie scientifique se trouve en Grèce, et que son savoir nous ait été transmis à travers le monde arabe sans en avoir bénéficié beaucoup, est intenable aujourd'hui⁸.

Il est non moins évident que toutes ces découvertes et inventions de la Chine ancienne et médiévale auraient difficilement pu être mises en valeur sur un arrière-fond mathématique médiocre. Et on peut dire sans hésitation que la Chine a aussi été, comme toutes les autres grandes civilisations, une civilisation du nombre. Plusieurs raisons peuvent nous l'expliquer:

1. En premier lieu, il faut mentionner l'astronomie. Les Chinois calculaient les solstices depuis l'Antiquité; ils étaient passés maître dans la science du calendrier;
2. une deuxième source aura pu être, comme en Egypte, l'arpentage;
3. en troisième lieu, les Chinois ont depuis toujours appliqué la statistique, pièce maîtresse de la gestion administrative et bureaucratique mises en place dès le milieu du -4^e s.;
4. la Chine a possédé de tout temps de brillants ingénieurs et artisans, qui avaient l'habitude d'entreprendre de grands travaux publics: endiguement, canalisation,

⁶ J. Needham, « Misères et succès de la tradition scientifique chinoise », in: *La science chinoise et l'Occident*, Paris: Seuil, 1973, p. 11.

⁷ J. Needham, *op. cit.*, p. 11.

⁸ Voir, à ce sujet, le tableau de diffusion des connaissances mathématiques proposé par G.G. Joseph, *The crest of the peacock: non-European roots of mathematics*, London; New York: Tauris, 1991, p. 10.

construction de ponts. De telles activités sont inimaginables sans le secours des mathématiques.

Malgré toutes ces conditions favorables, nous ne trouvons pas en Chine l'idée de la mathématisation de l'univers, c'est-à-dire la croyance inconditionnelle que tous les aspects de la réalité sont structurés par les nombres et contrôlables par eux. Cet aspect est typique de l'esprit grec ainsi que de la Renaissance occidentale et est à la base du devenir de la science et de la technique modernes. La Chine n'a donc jamais été, comme les Grecs, opposée au choc de la découverte de grandeurs mathématiques irrationnelles, comme par exemple ¹

En Chine prévaut certes également une idée très forte de la régularité des phénomènes cosmiques; mais cette régularité est patente, ouverte; on en est convaincu d'avance, et on ne se sent pas obligé de la démontrer. Il ne faut pas des expériences et des hypothèses pour *contraindre* cette régularité à s'exhiber. Dans sa deuxième préface (1787) à la *Critique de la raison pure*, le philosophe allemand Immanuel Kant a très bien décrit l'essence de la méthode expérimentale propre à l'Occident. Il l'explique à peu près en ces termes: la raison doit se comporter face à la nature non pas comme un élève face au maître, mais comme un juge face à des témoins, un juge qui « *force les témoins à répondre aux questions qu'il leur pose* ». Voilà une attitude que l'on ne trouve pas du tout en Chine ancienne et médiévale. Le savant chinois n'est pas quelqu'un qui cherche à arracher des secrets à la nature.

On chercherait également en vain un quelconque exotisme dans les mathématiques chinoises. Les mathématiques chinoises sont résolument tournées vers des applications, et ce n'est pas un hasard si le record de décimales exactes pour π a été tenu par les Chinois pendant un millénaire et demi. « Dans les manuels mathématiques médiévaux européens, les problèmes étaient, pour l'essentiel, imaginaires, tandis qu'en Chine ils provenaient de situations de la vie de tous les jours. »⁹. Nous en verrons plusieurs exemples par la suite.

Il faut insister, cependant, que l'histoire des mathématiques en Chine, même si elle est connue dans ses grandes lignes, reste à explorer pour les détails. La production a été immense: les spécialistes estiment à un millier le nombre de traités mathématiques écrits en Chine, sans compter les commentaires.

Les mathématiques occidentales arrivent en Chine vers la fin du 16^e siècle, par l'intermédiaire des jésuites. Elles auront un impact assez grand à cette époque, mais pour une raison très particulière. Les Chinois sont émerveillés surtout par la science du calendrier occidentale, le seul domaine où ils pouvaient, à ce moment, vraiment apprendre quelque chose des Occidentaux. Les jésuites étaient loin de l'ignorer, et ils comptaient là-dessus pour faire avaler aux Chinois la pilule du christianisme qu'ils savaient amère. L'entreprise, comme nous le savons aujourd'hui

⁹ J.-C. Martzloff, op. cit., citant U. Libbrecht, *Chinese mathematics in the thirteenth century*, ch. 23, p. 416; traduit par Martzloff, p. 48.

grâce aux nombreuses lettres des premiers missionnaires jésuites, n'allait pas dans le sens prévu par les autorités ecclésiastiques, et quelques-uns des meilleurs jésuites étaient bientôt plus influencés par les Chinois que leur foi ne pouvait le tolérer!

Or la supériorité occidentale dans la science du calendrier ne reposait pas sur l'appareil mathématique, mais plutôt sur le modèle astronomique sous-jacent. L'univers chinois, en effet, a toujours été conçu comme géocentrique, avec une terre plate; l'accent a toujours été mis sur l'observation¹⁰, jamais sur la modélisation hardie de la mécanique céleste en cercles et ellipses.

Après ce panorama introductif, tournons-nous à présent vers les mathématiques proprement dites, et commençons par le début, à savoir le système de numération.

1. LE SYSTEME DE NUMERATION

Le système de numération chinois remonte à la seconde partie du deuxième millénaire avant notre ère. Il est donc tout aussi ancien que l'écriture chinoise elle-même. Les plus anciennes traces que nous possédons de ce système sont celles que l'on trouve sur les os et les écailles de tortue, de la dynastie des Shang (1600 à 1066 avant notre ère). Ces écailles de tortue étaient utilisées à des fins divinatoires. Avant toute entreprise importante, le prince avait coutume de consulter l'oracle. Pour ce faire on perçait un ou plusieurs trous dans une écaille de tortue, et on la mettait dans le feu. Les craquelures qui s'y produisaient étaient alors interprétées par des devins. Ces parties de carapaces de tortue, découvertes à la fin du siècle passé seulement, étaient d'une importance capitale, puisque la question posée à l'oracle, ainsi que la réponse donnée, étaient gravées sur ce matériau. Ces écailles de tortue, que l'on a ensuite trouvées par dizaines de milliers, sont non seulement des documents culturels, mais également linguistiques de la plus haute importance. Le système de numération utilisé sur ces écailles et os de tortue est déjà remarquablement constant et unifié. Il utilise un total de treize signes:

Fig. 1 Le système de numération chinois

époque Shang -1500	一 二 三 肆 五 六 七 八 九 十 百 千 萬
forme classique	一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 百 千 萬
prononciation	yi er san si wu liu qi ba jiu shi bai qian wan
équivalent	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 100 1000 10000

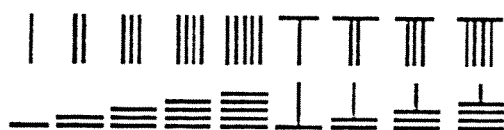
¹⁰ A tel point que les données astronomiques chinoises sont, pour les périodes anciennes, c'est-à-dire l'Antiquité et le Moyen Age, les seules utilisables aujourd'hui.

Notez en passant que le Chinois ne connaît pas de signe particulier pour marquer le million. Un million se dit simplement 100 x 10.000 (*baiwan*); dix millions se dit alors 1000 x 10.000, ce qui fait le désespoir des traducteurs. Plus tard, un signe particulier pour noter la valeur de 100 millions (*yi*) fut introduit. Le système standard d'écriture des nombres s'est stabilisé vers 200 avant notre ère déjà et n'a plus changé depuis.

Comparé à celui des autres vieilles civilisations, le système de numération des Chinois est en avance, grâce à sa simplicité et à sa systématisme. C'est un système décimal, qui de plus avait saisi l'importance du zéro, marqué simplement par un espace vide, et non encore par un symbole le dénotant expressément. Les premiers mathématiciens chinois, cependant, se sont servis, dès le milieu du premier millénaire avant notre ère, d'un autre système, parent - donc également décimal - mais adapté spécifiquement au maniement scientifique des nombres.

Cette notation à usage des mathématiciens utilise seulement 9 symboles - les chiffres de 1 à 9 - et représente également le zéro par l'absence ou la place vide. Les chiffres cependant sont représentés par des bâtons ou des baguettes posés horizontalement ou verticalement. On commence par se donner deux manières graphiquement distinctes, mais symétriques d'écrire les chiffres de 1 à 9. Voici les deux séries:

Fig. 2 Le système de numération mathématique chinois



Ce système de numération est basé sur deux principes : 1) la position et le rang des chiffres ; 2) l'alternance

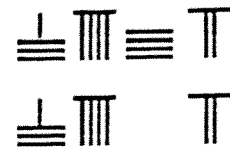
Les valeurs de base qui seront notées sont les suivantes:

- les unités (vertical)
- les dizaines (horizontal)
- les centaines (vertical)
- les milliers (horizontal)
- les dizaines de milliers (vertical)

Les symboles de la première série (les verticaux) sont donc utilisés pour noter les unités, les centaines, et les dix mille; les symboles de la deuxième série (les horizontaux) sont utilisés pour noter les dizaines et les milliers. Les deux séries se combinent ainsi, par simple alternance, dans l'écriture des nombres. Pour écrire 8947, on écrit, en commençant depuis la droite 7 vertical (unité), puis 4 horizontal (dizaine), puis 9 vertical (centaine), puis 8 horizontal (millier), en alternant donc toujours les horizontaux et les verticaux. Pour écrire 8907, on écrit, en commençant depuis la droite 7 vertical (unité), puis on laisse un espace vide pour marquer

l'absence des dizaines, puis on écrit 9 vertical (centaine) et enfin 8 horizontal (millier).

Fig. 3 Exemples de numération chinoise



Il n'y a donc pas encore, en Chine ancienne, de symbole pour le zéro. Néanmoins, le zéro se traduit dans ce système par une place vide, et, également, par une anomalie dans le système d'alternance, dans le sens que deux séries identiques (deux horizontales ou deux verticales) se suivent.

Il n'est pas besoin d'insister, je crois, sur l'importance de la relation entre le progrès mathématique et le système de numération. La Chine antique y était presque arrivée; un millénaire avant que le symbole pour le zéro naisse en Inde vers le 8^e s. de notre ère. Le système de numération chinoise laisse la place du zéro vacante, et cette place vide, ce trou dans l'écriture, fait directement référence aux calculs sur une grille virtuelle, appelée également « surface à compter » et cela nous amène à notre deuxième point, les méthodes de calcul.

à suivre ...

lu pour vous

Les machines à enseigner de Eric Bruillard

Selon toute vraisemblance, un futur classique en ce qui concerne l'utilisation didactique de l'ordinateur. L'ouvrage adopte pour traiter du vaste sujet des machines à enseigner un découpage temporel en traitant les idées et les systèmes avec pour point de mire l'éclairage du domaine connu en France sous le sigle EIAO (Enseignement intelligemment assisté par ordinateur et depuis le début des années nonante: Environnement interactif d'apprentissage avec ordinateur).

Une première partie introduit la période comprenant le début de l'enseignement programmé aux programmes adaptatifs et génératifs (des années cinquante au début des années septante). Quatre étapes sont principalement prises en compte et étudiées du point de vue historique et technique: les programmes linéaires, les programmes à branchement, les programmes adaptatifs (utilisent l'historique des réponses des apprenants), les programmes génératifs qui sont capables de générer des questions (et leur réponse).

Les deux parties suivantes traitent de deux courants que l'on peut considérer comme parallèles, l'un donnant plutôt le contrôle à la machine, l'autre à l'apprenant. Le premier concerne l'apport de l'intelligence artificielle, du début des années septante au milieu des années quatre-vingt. Le modèle principal est celui fondé sur la collaboration de trois experts (domaines, modèle de l'étudiant, modèle de la pédagogie). L'autre s'intéresse aux environnements d'apprentissage ouverts (micro-mondes) dont LOGO constitue un exemple typique.

Une quatrième partie présente les tentatives faites dans les années quatre-vingt pour opérer une fusion entre tuteurs intelligents et micro-mondes. Cette fusion semble s'opérer principalement au niveau de l'emploi de systèmes complémentaires conçus de façon cohérente. Mais plusieurs modèles ou doctrines existent quant à la façon dont cette fusion s'opère.

Finalement la dernière partie plonge dans l'actualité et s'occupe du courant des hypertextes qui reprend et synthétise une grande partie des travaux antérieurs.

En définitive, il ressort de l'ouvrage que le domaine de l'EIAO est encore en pleine ébullition. C'est un champ où se retrouvent beaucoup d'acteurs aussi bien théoriciens de divers domaines (informatique, psychologie, pédagogie, ...) que praticiens des branches enseignées. Il faut aussi noter que l'outil facilitateur est aussi objet de résistance. Au delà du mythe et des croyances concernant l'enseignement "assisté" et des réalités diverses constituées par les expériences qui se multiplient, on assiste peut-être à l'émergence de nouveaux rapports entre l'homme, la machine (l'instrument) et la connaissance.

Bruillard, E. (1997). Les machines à enseigner. Paris: Hermès. (SFR 57.90).

LOP

problème

Fibonnaci et puissances de 9: même combat !

Jean-Luc Bovet, Lycée Denis de Rougement

Le problème est d'examiner la propriété mise en évidence sur la figure ci-contre. On pourra se convaincre que cette propriété est valable dans toutes les bases B à condition de remplacer 9 par B-1.

SOMMAIRE , No 19

A vieux théorème démonstration nouvelle	André Calame	p. 1
Problème de convergence		p. 8
16 th Annual American Invitational Mathematics Examination		p. 8
Digital 1k x 1k micro-imager for planetary surface exploration	Jean-Luc Josset & al	p. 11
Lu pour vous : GAUSS "princeps mathematicorum" de Marc Guinot		p. 14
Les n'ombres chinoises (1 ^e partie)	Jean-Paul Reding	p. 15
Lu pour vous: Les machines à enseigner de Eric Bruillard		p. 21
Fibonnaci et puissances de 9: même combat !	Jean-Luc Bovet	p. 22

Bienvenue aux participants de
CIEAEM 50

Pour vous abonner au bulletin (10 Frs pour une année) ou pour demander votre adhésion à la Société des enseignants neuchâtelois de sciences adressez-vous à:

Michel Favre, rte de la Jonchère 13a, 2208 Les Hauts Geneveys (032/ 853 38 81)